

Multiplikation von Summentermen

Beispiel:

Ein rechteckiges Grundstück mit der Länge 16 m und der Breite 8 m soll vergrößert werden.

Bei der Länge kommen noch 4 m und bei der Breite 2 m dazu.

Bestimmen Sie die Fläche des neuen rechteckigen Grundstücks.

$$\begin{aligned}
 &\underbrace{(16\text{ m} + 4\text{ m})}_{a} \cdot (8\text{ m} + 2\text{ m}) \quad \text{Anwendung des Distributivgesetzes} \quad = \quad a \cdot (8\text{ m} + 2\text{ m}) = a \cdot 8\text{ m} + a \cdot 2\text{ m} \quad \text{D-Gesetz} \\
 &(16\text{ m} + 4\text{ m}) \cdot 8\text{ m} + (16\text{ m} + 4\text{ m}) \cdot 2\text{ m} = 16\text{ m} \cdot 8\text{ m} + 4\text{ m} \cdot 8\text{ m} + 16\text{ m} \cdot 2\text{ m} + 4\text{ m} \cdot 2\text{ m} = \\
 &128\text{ m}^2 + 32\text{ m}^2 + 32\text{ m}^2 + 8\text{ m}^2 = 200\text{ m}^2
 \end{aligned}$$

Zwei Summen werden multipliziert, indem man jeden Summanden der ersten Klammer mit allen Summanden der zweiten Klammer multipliziert und die Produkte addiert.

$$(a+b) \cdot (c+d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$$

Aufgaben:

- 1 $(p+q) \cdot (x+y)$ ☐
- 2 $(4+x)(3x+2)$ ☐
- 3 $(a+b)(c-d)$ ☐
- 4 $(a-b)(c-d)$ ☐
- 5 $(2+z)(4z-5)$ ☐
- 6 $(7-2y)(5x-3y)$ ☐
- 7 $(2x+1)(6y+5)$ ☐
- 8 $(8x+3y)(12x+7y)$ ☐
- 9 $(x^2+2x)(3y^2+y)$ ☒
- 10 $(22p-18q)(15p+9q)$ ☒
- 11 $(8z^2-5z)(2z^2+4)$ ☒
- 12 $\left(2p^2-\frac{3}{4}q^2\right)\left(\frac{1}{3}p-\frac{2}{5}q\right)$ ☒
- 13 $(-2x+y)(-x-3y)$ ☒

Lösungen zu den Aufgaben:

- 1 $(p+q) \cdot (x+y) = p \cdot x + p \cdot y + q \cdot x + q \cdot y$
- 2 $(4+x)(3x+2) = 12x+8+3x^2+2x = 3x^2+14x+8$
- 3 $(a+b)(c-d) = a \cdot c - a \cdot d + b \cdot c - b \cdot d$
- 4 $(a-b)(c-d) = a \cdot c - b \cdot c - a \cdot d + b \cdot d$
- 5 $(2+z)(4z-5) = 8z-10+4z^2-5z = 4z^2+3z-10$
- 6 $(7-2y)(5x-3y) = 35x-21y-10xy+6y^2$
- 7 $(2x+1)(6y+5) = 12xy+10x+6y+5$
- 8 $(8x+3y)(12x+7y) = 96x^2+56xy+36xy+21y^2 = 96x^2+92xy+21y^2$
- 9 $(x^2+2x)(3y^2+y) = 3x^2y^2+x^2y+6xy^2+2xy$
- 10 $(22p-18q)(15p+9q) = 330p^2+198pq-270pq-162q^2 = 330p^2-72pq-162q^2$
- 11 $(8z^2-5z)(2z^2+4) = 16z^4+32z^2-10z^3-20z$
- 12 $\left(2p^2-\frac{3}{4}q^2\right)\left(\frac{1}{3}p-\frac{2}{5}q\right) = \frac{2}{3}p^3-\frac{4}{5}p^2q-\frac{1}{4}pq^2+\frac{3}{10}q^3$
- 13 $(-2x+y)(-x-3y) = 2x^2+6xy-xy-3y^2 = 2x^2+5xy-3y^2$

Mehrgliedrige Summenterme

Beispiel:

$$(a-b)\underbrace{(c-d+e)}_s = (a-b) \cdot s = a \cdot s - b \cdot s =$$

$$a \cdot (c-d+e) - b \cdot (c-d+e) = ac - ad + ae - bc + bd - be$$

Man multipliziert zwei Summen miteinander, indem man jedes Glied der ersten Summe mit jedem Glied der zweiten Summe (unter Berücksichtigung der Vorzeichen) multipliziert und diese Produkte addiert.

Aufgaben:

1 $(3x+4)(2-5x-7y)$ ☐

2 $(2-3x+z)(-z+9-6x)$ ☐

3 $(7x+4y)(9x+8y) - (12x-5y)(17x+8y)$ ☒

4 $-a^2(2a-1)(a^2+2)$ ☒

5 $(a-7)(a+4) + (3a^2-a+3) \cdot a$ ☒

6 $\left(\frac{2}{3}p^2 - \frac{2}{5}q^2\right)\left(\frac{4}{3}p^2 - \frac{3}{2}pq + \frac{3}{5}q^2\right)$ ☒

7 $3p(6p+11) - (6p-5)(3p+8)$ ☒

8 $26pq - (9p-8q)(5p+2q) - (4q-3p)(15p+4q)$ ☒

9 $(-s^2+s-2)(8s-5)$ ☒

Lösungen zu den Aufgaben:

$$1 \quad (3x+4)(2-5x-7y) = 6x - 15x^2 - 21xy + 8 - 20x - 28y = -15x^2 - 14x - 21xy + 8 - 28y$$

$$2 \quad (2-3x+z)(-z+9-6x) = -2z + 18 - 12x + 3xz - 27x + 18x^2 - z^2 + 9z - 6xz = \\ 7z + 18 - 39x - 3xz + 18x^2 - z^2$$

$$3 \quad (7x+4y)(9x+8y) - (12x-5y)(17x+8y) = \\ 63x^2 + 56xy + 36xy + 32y^2 - (204x^2 + 96xy - 85xy - 40y^2) = \\ 63x^2 + 56xy + 36xy + 32y^2 - 204x^2 - 96xy + 85xy + 40y^2 = \\ -141x^2 + 81xy + 72y^2$$

$$4 \quad -a^2(2a-1)(a^2+2) = -a^2(2a^3 + 4a - a^2 - 2) = -2a^5 - 4a^3 + a^4 + 2a^2$$

$$5 \quad (a-7)(a+4) + (3a^2 - a + 3) \cdot a = a^2 + 4a - 7a - 28 + 3a^3 - a^2 + 3a = 3a^3 - 28$$

$$6 \quad \left(\frac{2}{3}p^2 - \frac{2}{5}q^2 \right) \left(\frac{4}{3}p^2 - \frac{3}{2}pq + \frac{3}{5}q^2 \right) = \\ \frac{8}{9}p^4 - p^3q + \frac{2}{5}p^2q^2 - \frac{8}{15}p^2q^2 + \frac{3}{5}pq^3 - \frac{6}{25}q^4 = \frac{8}{9}p^4 - p^3q - \frac{2}{15}p^2q^2 + \frac{3}{5}pq^3 - \frac{6}{25}q^4$$

$$7 \quad 3p(6p+11) - (6p-5)(3p+8) = \\ 18p^2 + 33p - (18p^2 + 48p - 15p - 40) = 18p^2 + 33p - 18p^2 - 48p + 15p + 40 = 40$$

$$8 \quad 26pq - (9p-8q)(5p+2q) - (4q-3p)(15p+4q) = \\ 26pq - (45p^2 + 18pq - 40pq - 16q^2) - (60pq + 16q^2 - 45p^2 - 12pq) = \\ 26pq - 45p^2 - 18pq + 40pq + 16q^2 - 60pq - 16q^2 + 45p^2 + 12pq = 0$$

$$9 \quad (-s^2 + s - 2)(8s - 5) = -8s^3 + 5s^2 + 8s^2 - 5s - 16s + 10 = -8s^3 + 13s^2 - 21s + 10$$